**Вейвлет-анализ и Фурье-анализ температурных временных рядов**

**в среде MATLAB**

***Морозов Н.А.,***

*Государственное автономное образовательное учреждение*

*дополнительного образования детей*

*Центр для одаренных детей “Поиск”,*

*г. Кисловодск, Россия,*

*Email: nikolajmorozov170@gmail.com*

**Wavelet and Fourier analysis of temperature time series in MATLAB *Morozov N.A.****,*

*State Autonomous Educational Institution for Children's Additional Education Center for Gifted Children "Poisk",*

*Kislovodsk, Russia*

**Аннотация**

При анализе рядов метеорологических наблюдений широко используется различный математический аппарат. Для выявления скрытых периодичностей традиционно используется спектральный анализ, а в последние годы широкое распространение получил вейвлет-анализ. Преимущество последнего метода заключаются в том, что он дает двумерную развертку одномерного процесса как во временной, так и пространственной области. Вейвлет-анализ оказался хорошим инструментом для исследования нестационарных временных рядов, какими являются ряды приземной температуры.В данной работе приводятся результаты вейвлет-анализа и Фурье-анализа рядов температурных аномалий г.Кисловодска по данным с 1950 по 2022 годы метеостанции Кисловодск, которая расположена в северных предгорьях Большого Кавказа на высоте 819 м н.у.м.

**Abstract**

Spectral analysis is traditionally used to identify hidden periodicities in meteorological observations, and wavelet analysis has gained significant popularity in recent years. The advantage of the latter method lies in its ability to provide a two-dimensional representation of a one-dimensional process, both in the time and frequency domains. Wavelet analysis proves a valuable tool for investigating non-stationary time series, such as ground-level temperature data. This study presents the results of wavelet and Fourier analyses of temperature anomaly series from Kislovodsk, Russia, from 1950 to 2022, based on data from the Kislovodsk meteorological station, located in the northern foothills of the Greater Caucasus Mountains at an altitude of 819 meters above sea level.

**Ключевые слова:** температурные временные ряды; тренд; вейвлет-анализ; Фурье-анализ; Matlab

**Keywords:** temperature time series; trend; wavelet analysis; Fourier analysis; Matlab

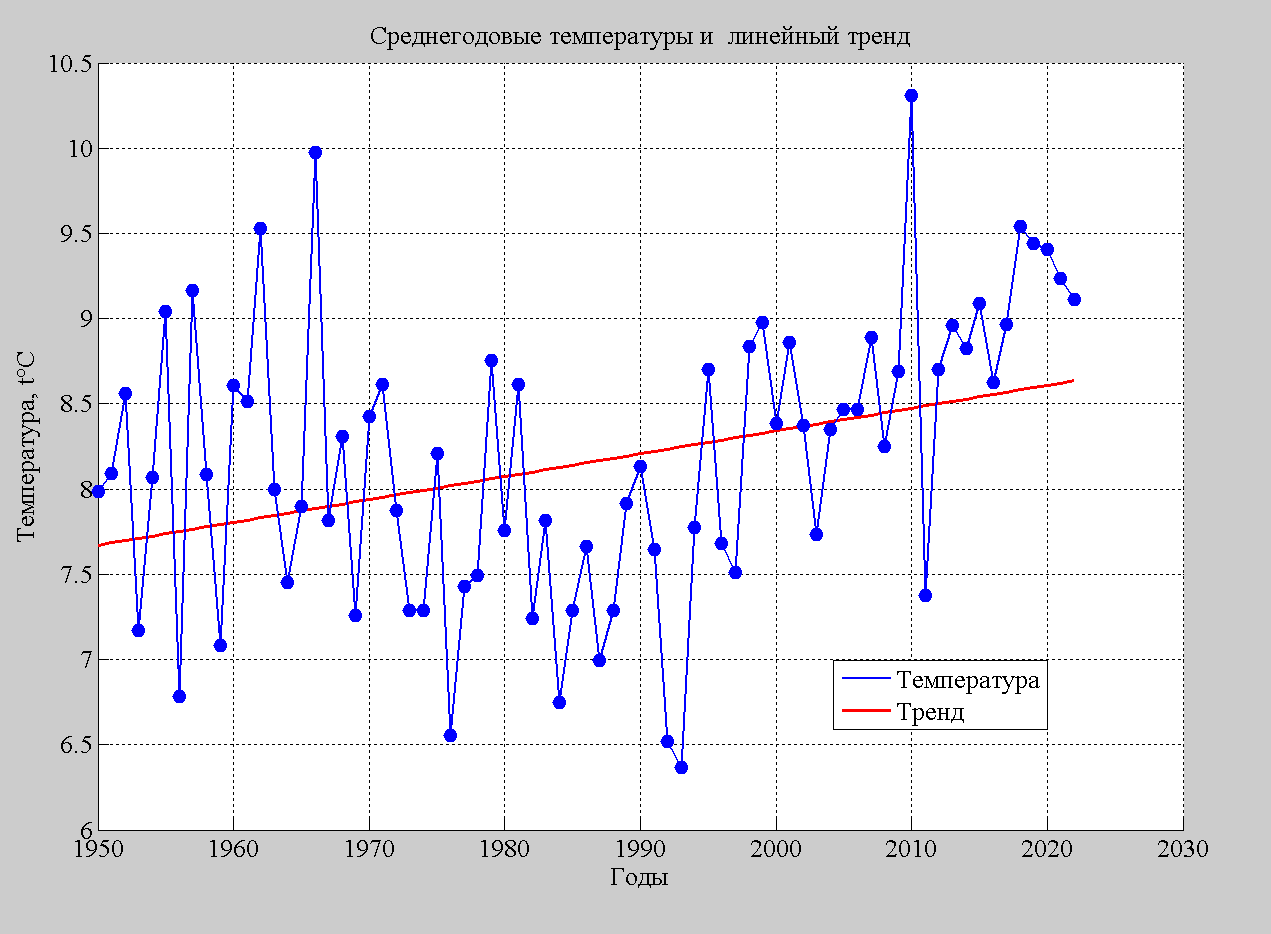
Город Кисловодск является одним из курортов района Кавказских Минеральных Вод, поэтому изучение климатических условий актуально как для медицинской оценки климатических факторов, так идляформирования режима источников минеральных вод.

Целью данной работы было провести Фурье-анализ и вейвлет-анализ температурных временных рядов на примере г.Кисловодска, используя встроенные функции системы Matlab для выявления регулярных составляющих ряда.

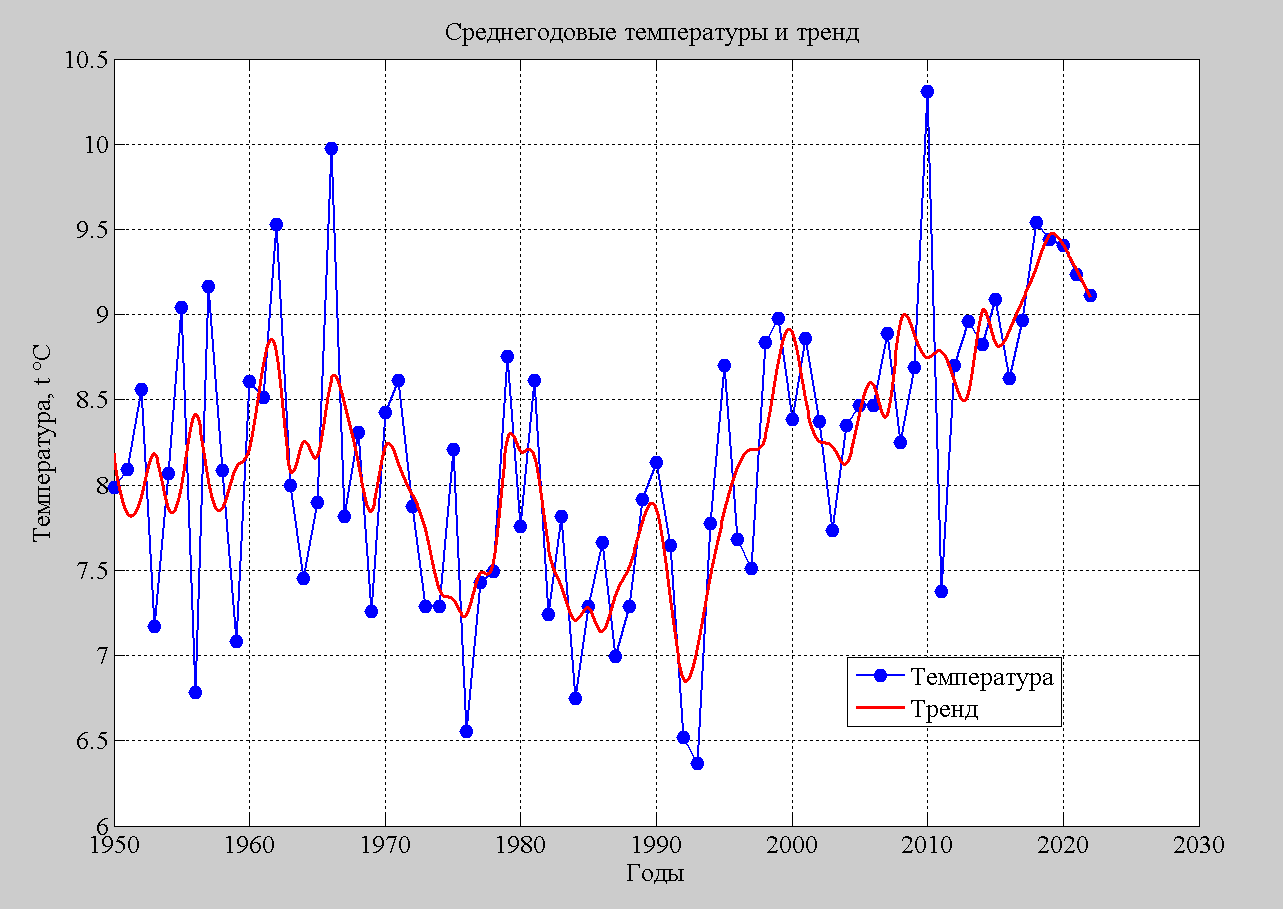
Типичные временные ряды складываются из четырех составляющих [1]: 1. тренд, или систематическое движение;2. колебанияотносительно тренда с большей или меньшей регулярностью; 3. эффект сезонности; 4. «случайная», «несистематическая» компонента.Фактически анализ временных рядов, основан на разложении данных на указанные компоненты и дальнейшем изучении последних.

Для исключения сезонности, анализ проводился по среднегодовым значениям температуры. В работе вычислялось два вида тренда: линейныйи полиномиальный 3-й степени. Линейный тренд строился методом наименьших квадратов, полиномиальный– методом скользящих средних по семи точкам [1]. На рис.1 представлен линейный тренд,построенный с помощью встроенного функционала MS Excel. Средняя скорость потепления в г.Кисловодскеза период с 1950 по 2022гг. составила 0.01340 C/год. На рис.2 представлен полиномиальный тренд, подтверждающий общую тенденцию потепления и показывающий, что за последние 22 года скорость увеличения среднегодовых температур возросла и составила 0.04770C/год, что подтверждают и другие исследования [2-4].

**Спектральный анализ.**Исключив линейный тренд и тренд, полученный методом скользящих средних, из временного ряда среднегодовых температур, были получены соответствующие ряды аномалий температуры. Выделение регулярных составляющих ряда проводилось для аномалий среднегодовых температур с помощью Фурье-анализа и вейвлет-анализа [5] системы Matlab.



*Рис.1.* Среднегодовые значения температуры в г.Кисловодске и линейный тренд y=0,0134\*год-18,459



*Рис.2.* Среднегодовые значения температуры в г.Кисловодске и тренд, вычисленный методом скользящих средних по семи точкам.

Функция Y=fft(X) вычисляет для массива данных X дискретное преобразование Фурье [6].

Формулы дискретного преобразования Фурье имеют вид:

(1) где ***N*-**количество значений сигнала, измеренных за период времени ***Т***

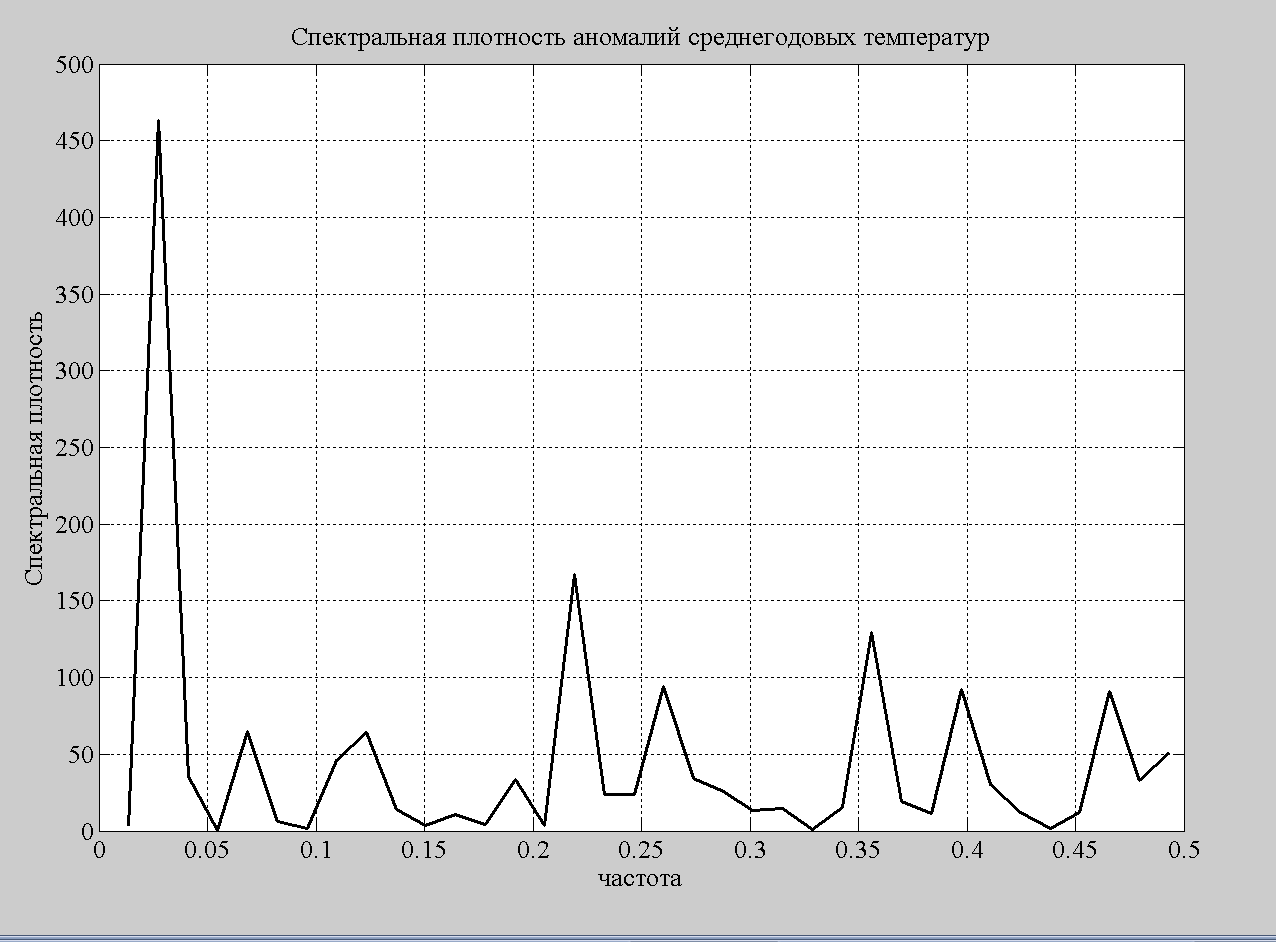
значения сигнала,-вектор комплексных чисел, модули этих комплексных чисел являются амплитудами соответствующих частот, а аргументы - их начальными фазами. Значения соответствуют частотам .

Спектральная плотность определяется по формуле:

(2)

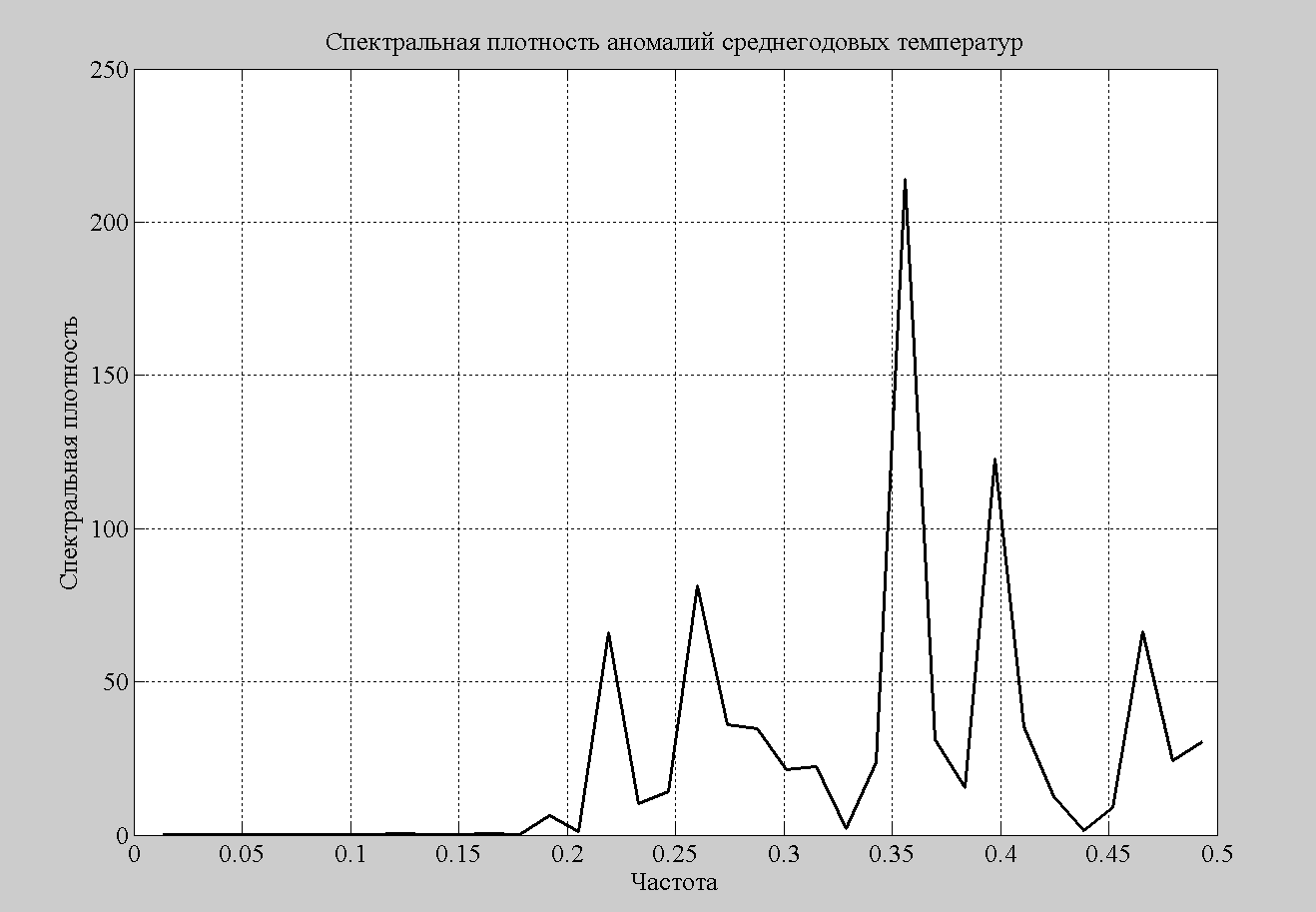
При наблюдении ряда через равные промежутки времени проявляются следующие особенности гармонического анализа: невозможно выявить периоды меньшие, чем , или угловые частоты, большие чем. Эта предельная величина известна как частота Найквиста. Еще один недостаток преобразования Фурье – отсутствие локализации той или иной частоты на временной шкале.

На рис.3 представлен график спектральной плотности аномалий температуры в г.Кисловодске за 1950-2022 гг., когда из временного ряда выделялся линейный тренд, а на рис.4 представлен график спектральной плотности аномалий, когда использовался кубический тренд, построенный методом скользящих средних.

****

*Рис.3.* Спектральная плотность аномалий температуры в г.Кисловодске

за 1950-2022 гг.,при вычислении аномалий использовался линейный тренд



*Рис.4.* Спектральная плотность аномалий температуры в г. Кисловодске

за 1950-2022 гг. , при вычислении аномалий использовался

полиномиальный тренд

По полученным частотам были вычислены периоды, соответствующие значениям максимумов спектральной плотности (см. таблицы 1 и 2)

*Таблица 1*

Значения максимумов спектральной плотности

и соответствующие им периоды при использовании линейного тренда

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Спектр. плотн. | 463.0 | 64.9 | 64.1 | 11.0 | 33.6 | 167.0 | 94.5 | 14.5 | 129.2 | 92.4 | 90.9 | 51.2 |
| Период (годы) | 36.5 | 14.6 | 8.1 | 6.0 | 5.2 | 4.5 | 3.8 | 3.1 | 2.8 | 2.5 | 2.1 | 2.0 |

*Таблица 2*

Значения максимумов спектральной плотности

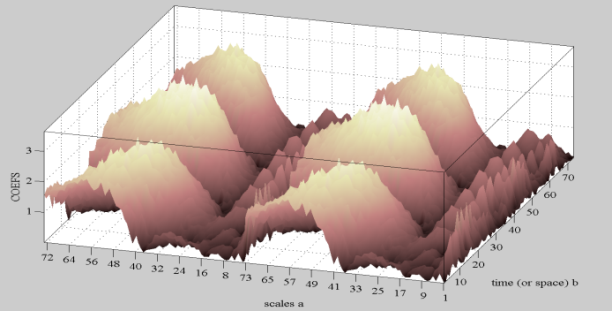
и соответствующие им периоды при использовании полиномиального тренда

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Спектр. плотн. | 0.021 | 0.027 | 0.03 | 0.5 | 0.3 | 6.4 | 65.9 | 81.4 | 22.4 | 214.0 | 122.6 | 66.1 | 30.5 |
| Период (годы) | 36.5 | 18.2 | 12.1 | 8.1 | 6.0 | 5.2 | 4.5 | 3.8 | 3.1 | 2.8 | 2.5 | 2.1 | 2.0 |

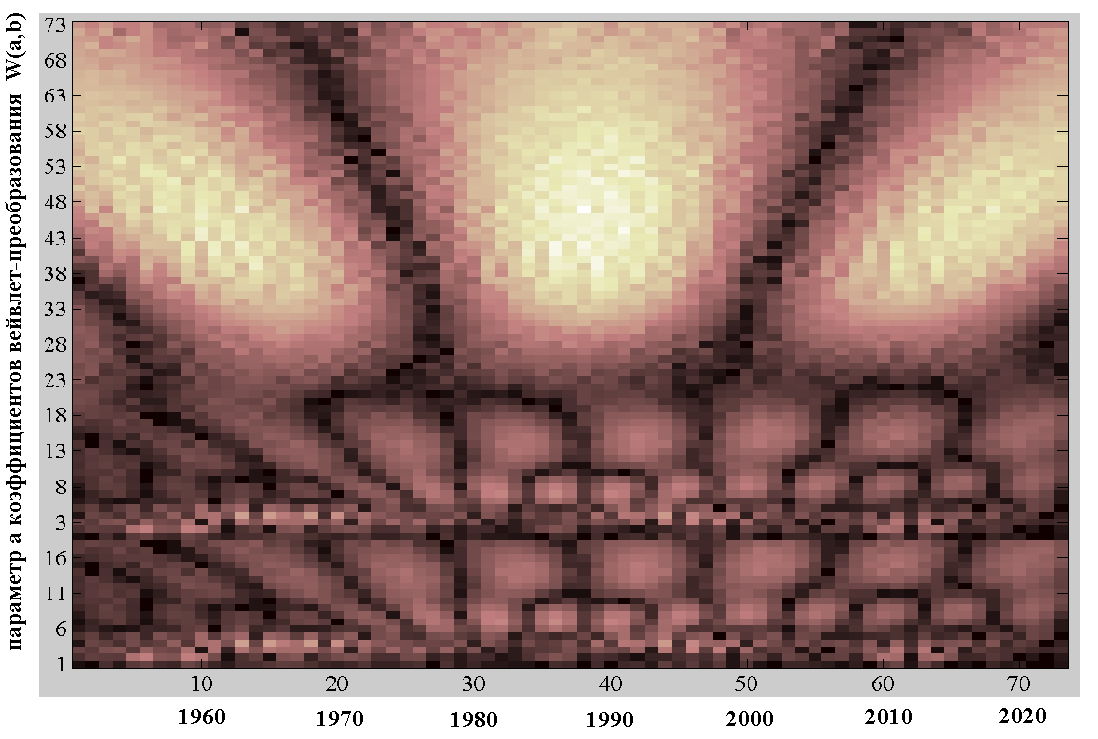
Как видно, полученные значения периодов при использовании линейного и полиномиального трендов абсолютно идентичны, но значения спектральных плотностей различны. При вычислении аномалий с использованием полиномиального тренда, выявился еще один период -18 лет. Оба спектра показывают наличие 2-3, 5-6, 8, 12 и 36 летних циклов.

**Вейвлет-анализ.** Термин «вейвлет» (дословный перевод -маленькая волна) появился в середине 80-годов 20 века, его ввели Гроссман и Морле в связи с анализом свойств сейсмических и акустических сигналов. В настоящее время семейство анализаторов, названных вейвлетами, широко применяется в самых различных задачах распознавания образов, при обработке и синтезе различных сигналов, при анализе изображений и во многих других случаях. Вейвлет-преобразование одномерного сигнала состоит в его разложении по базису, сконструированному из обладающей определенными свойствами функции (вейвлета) посредством масштабных изменений (коэффициент ***а***) и переносов (параметр сдвига ***b***) [7]. Коэффициенты непрерывного вейвлет-преобразование вычисляются по формуле:(3)

где символ \* обозначает операцию комплексного сопряжения.Вейвлет-преобразование аномалий среднегодовых температур проводилось с помощью встроенной функции **cwt** системы МATLAB, определяющей коэффициенты W(a,b),при вычислениях использовался вейвлет Морле [5].На рис.5 представлена поверхность коэффициентовW(a,b), а на рис.6 - соответствующая поверхности скейлограмма.

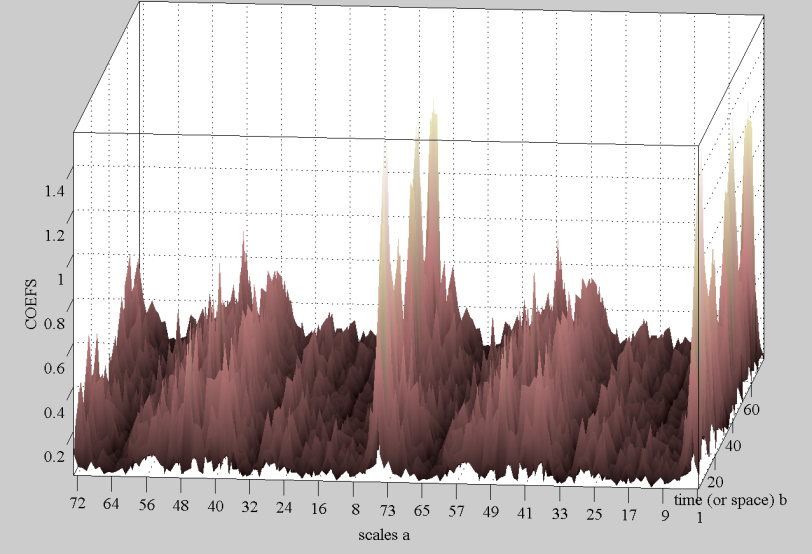


*Рис.5.*Коэффициенты вейвлет-преобразования***W(a,b)*** аномалий среднегодовых температур г.Кисловодска за 1950-2022 гг., а -масштабный фактор, b-временной (из временного ряда выделялся линейный тренд)



*Рис.6.* Скейлограммавейвлет-преобразования аномалий

среднегодовых температур г.Кисловодска за 1950-2022 гг.



*Рис.7.* Коэффициенты W(a,b) вейвлет-преобразования аномалий среднегодовых температур г.Кисловодск за 1950-2022 гг., а -масштабный фактор, b-временной (из временного ряда выделялся полиномиальный тренд)

На рис.7 изображена поверхность коэффициентов вейвлет- преобразования, когда аномалии вычислялись исключением полиномиального тренда. Как видно из графиков, выделяются четыре максимума, соответствующие 2-3, 8,11-12, 36-37 летним циклам. Таким образом, вейвлет-преобразование выявило наличие тех же регулярных циклов (рис. 3–5): 2–3 года (краткосрочные колебания), 8–12 лет (среднесрочные), 36–37 лет (долгосрочные).

**Заключение.** В данной работе подтвердилось наблюдаемое в других исследованиях устойчивое увеличение среднегодовых температур в г.Кисловодске. За период с 1950 по 2022 гг. средняя скорость потепления составила 0.01340 C/год, а за период с 2000 по 2022 гг.- 0.04770 C/год. Проведенный спектральный анализ и вейвлет-анализ аномалий температурных временных рядов выявил регулярные составляющие, соответствующие 2-3, 8,11-12, 36-37 летним циклам.

**Используемые источники**

1. Кендалл М., Стюарт А. Многомерный статистический анализ и временные ряды.-М.: Наука, 1976.- 736 с.
2. Ташилова А. А., Анализ изменений приземной температуры в предгорной зоне Юга России на примере Кисловодска.// Доклады АМАН, 2020, том 20, выпуск 3, С.69–78
3. Бадахова Г.Х., Каплан Г.Л. Динамика изменения климата Кавказских Минеральных Вод в ХХ веке. //Проблемы экологической безопасности и сохранения и сохранения природноресурсногопотенциала.- 2005
4. Шугунов Л. Ж., Шугунов Т. Л.Исследование и анализ среднегодовой температуры на основе методов спектрального анализа и классической декомпозиции. //Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Естественные науки.- 2006,С.325-329
5. Астафьева Н.М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения //Успехи физических наук.- 1996. Том 166 №11,С. 1145-1170
6. Дьяконов В.П.MATLAB. Полный самоучитель. - М.:ДМК Пресс,2012.-768 с.
7. Штарк Г.Г. Применение вейвлетов для ЦОС.-М.:Техносфера, 2007-192 с.